**Fiche révision**
**Formule & Définition**

# Polynôme

## Identité Remarquable

$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$
$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$
$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$
$x^2 + a^2 = (x - ia)(x + ia)$

## Lien entre racine simple et factorisation

- P(α) = 0 ⇐⇒ P est divisible par (x−α)
- P(α) = 0 ⇐⇒ On peut mettre (x−α) en facteur dans P
- P(α) = 0 ⇐⇒ On peut trouver un polynome S tel que P(x) = (x−α)×S(x)
- P(α) = 0 ⇐⇒ Le reste de la division de P par (x−α) est nul (2.5)

## Équations du second degré

$\mathrm{P(x) = \ ax2 \ + bx + c}$

$Si\ \Delta \geq 0, Alors\ P\ a\ deux\ racines\ réelles: \begin{cases} \alpha_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ \alpha_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

$Si\ \Delta \leq 0, Alors\ P\ a\ deux\ racines\ complexes\ conjugées: \begin{cases} \alpha_1 = \frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a} \\ \alpha_2 = \frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a} \end{cases}$

$\mathrm{Si\ \Delta = \ 0, Alors\ P\ a\ une\ racine:} \begin{cases} \alpha_1 = \frac{-b}{2a} \end{cases}$

## Racines n-ième, le cas réel

| | $n\ pair$ | $n\ impair$ |
|---|---|---|
| $a\ positif$ | $x = +\sqrt[n]{a}\ ou\ x = -\sqrt[n]{a}$ | $x = \sqrt[n]{a}$ |
| $a\ négatif$ | $Pas\ de\ solutions$ | $x = -\sqrt[n]{\lvert a \rvert}$ |

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

## Interpolation d'une fonction

E désigne l'écart maximal observé sur l'intervalle [a, b] :

$\mathrm{E} \ = \max |\mathrm{f(x)} - \mathrm{P(x)}|, \text{où } x \in [\mathrm{a,b}]$

$\mathrm{E} \ \leq \frac{K_f \times M_{noeuds}}{(n+1)!}$

$n + 1\ désigne\ le\ nombre\ de\ nœuds.$
$K_f\ désigne\ une\ constante\ qui\ dépend\ de\ la\ fonction\ f\ et\ du\ nombre\ de\ nœuds.$
$M_{noeuds} désigne\ une\ constante\ qui\ dépend\ du\ choix\ des\ nœuds.$

**Fiche révision**
**Formule & Définition**

# Suite

## Suite majorée, minorée, bornée

- La suite $(u_n)$ est majorée s'il existe un réel $M$ tel que $u_n \leq M$ pour tout entier $n$.
- La suite $(u_n)$ est minorée s'il existe un réel $m$ tel que $u_n \geq m$ pour tout entier $n$.
- La suite $u_n$ est bornée si elle est à la fois majorée et minorée.

## Suite croissante, décroissante

- La suite $(u_n)$ est croissante (à partir d'un certain rang $n_0$) si $u_n \leq u_{n+1}$ pour tout entier $n \geq n_0$.
- La suite $(u_n)$ est décroissante (à partir d'un certain rang $n_0$) si $u_n \geq u_{n+1}$ pour tout entier $n \geq n_0$.

## Convergence des suites

- Une suite est croissante et majorée -> alors elle converge
- Une suite est décroissante et minorée -> alors elle converge.

## Le théorème des valeurs intermédiaires

Si $\mathrm{f(a) \cdot f(b) \leq 0}$, alors l'équation $\mathrm{f(x) = 0}$ a au moins une solution $\mathrm{l \in [a, b]}$.

*Si $f$ est monotone et continue, et si $f(a) \cdot f(b) \leq 0$, alors l'équation $f(x)$ a une unique solution comprise entre $a$ et $b$.*

## La dichotomie